درس مکانیک سیالات

جلسه اول: سرفصل‌های درس

معرفی منابع و مراجع، نحوه ارزیابی و مباحث مقدماتی

دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست

مدرس: دکتر جعفر یزدی

سرفصل‌های درس مکانیک سیالات

هدف درس: آشنایی با مبانی علم رفتار و حرکت سیال و نیروهای وارده از طرف آن است که در طیف وسیعی از مسائل مهندسی مانند طراحی سازه‌های هیدرولیکی، طراحی کانالها و مجاری انتقال آب، ایستگاه‌های پمپاژ و شبکه‌های توزیع آب کاربرد دارد.

- فصل اول: خواص سیال
  - تعاریف و روابط
  - قانون لزجت نیوتن
  - کشش سطحی
- فصل دوم: استاتیک سیالات
  - فشار در سیال در حال سکون و قانون پاسکال
  - توزیع فشار در سیال در حال سکون
  - وسایل اندازه‌گیری فشار
  - نیروی وارد بر سطوح مستوی و منحنی
  - تعادل نسبی
  - نیروی شناوری
- فصل سوم: سینماتیک سیالات
  - برخی مفاهیم مربوط به جریان سیال و مفهوم دبی جریان
  - معادلات انتقال رینولدز و اصل پیوستگی جریان
- فصل چهارم: اصل انرژی و معادله برنولی
  - معرفی معادله برنولی و کاربردهای آن
  - ماشین‌های هیدرولیکی
  - مباحث تکمیلی
- فصل پنجم: دینامیک سیالات و اصل اندازه حرکت
  - اصل اندازه حرکت و کاربرد آن بر اساس مفهوم حجم کنترل
  - نیروی ناشی از جریان جت سیال
  - مباحث تکمیلی

سرفصل‌های درس مکانیک سیالات

- فصل ششم: آنالیز ابعادی و قوانین تشابه در مدلسازی
  - آنالیز ابعادی
  - قوانین تشابه در مدلسازی
  - تئوری π باکینگهام
  - ترم‌های بی‌بعد و اهمیت آنها
- فصل هفتم: جریان سیال در مجاری تحت فشار و محاسبات افت انرژی در لوله‌ها
  - محاسبه افت انرژی و تنش برشی در لوله‌ها
  - بررسی سیستم لوله‌های سری و موازی

نحوه ارزشیابی

تمرین: ۴ نمره

کوئیز: ۴ نمره

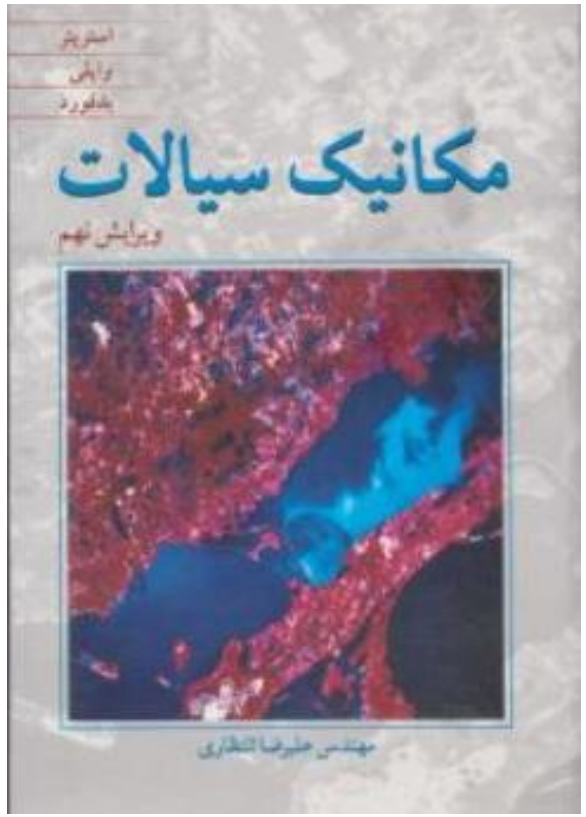
میان‌ترم: ۴ نمره

حضور فعال: ۱ نمره

پایان ترم: ۸ نمره

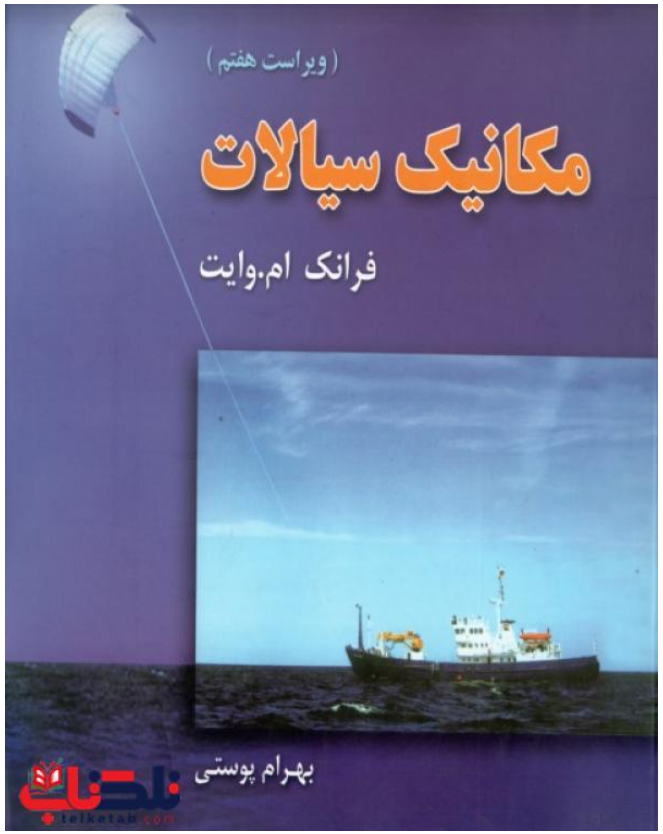
منابع و مراجع

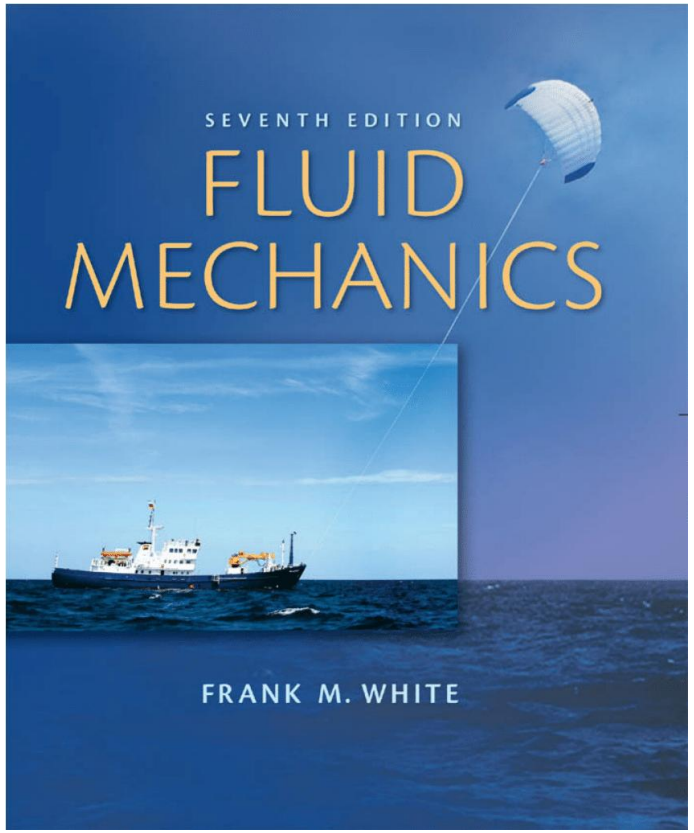
- مکانیک سیالات، آخرین نسخه، مهندس علیرضا افتخاری، انتشارات نورپردازان
- مکانیک سیالات، آخرین نسخه، امیررضا زراتی، انتشارات جهش
- مکانیک سیالات، ساسان امیرافشاری، سیمای دانش



منابع و مراجع

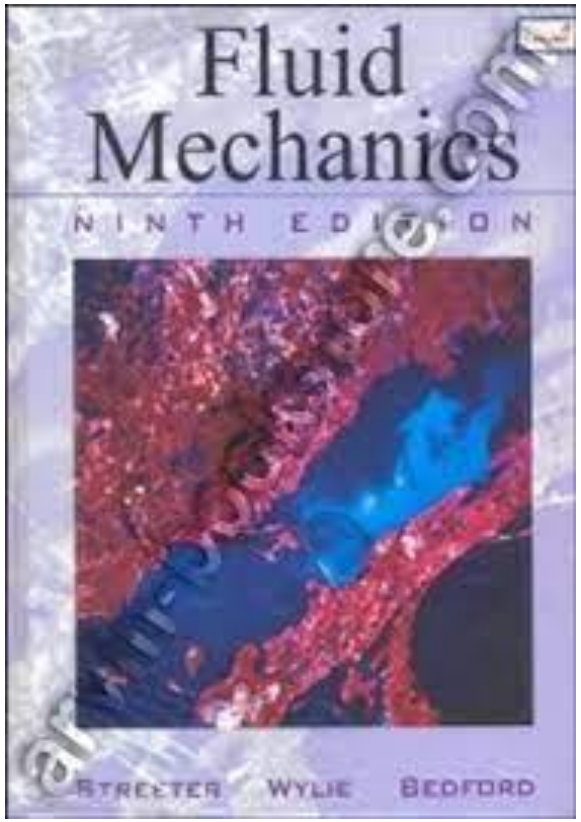
- مکانیک سیالات، فرانک ام.وایت، ترجمه بهرام پوستی
- Fluid Mechanics, Frank, M. White, Mc-Graw Hill Inc.

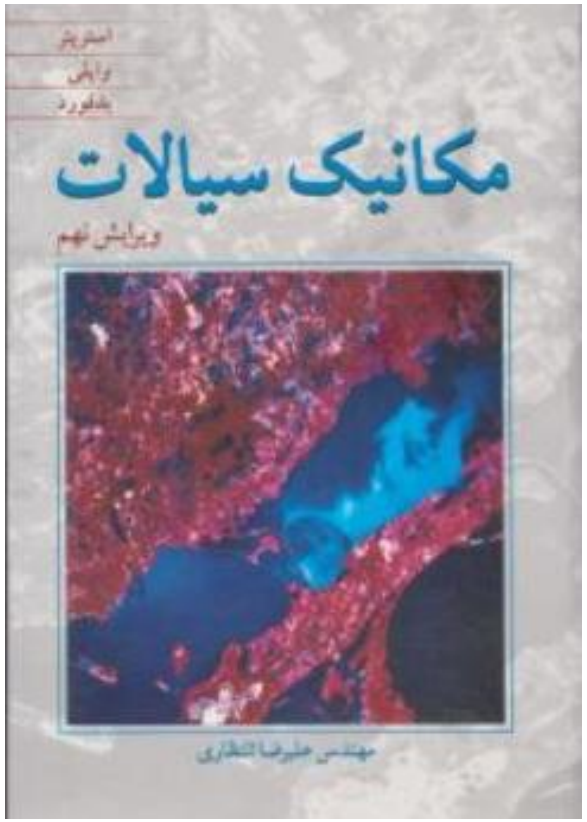


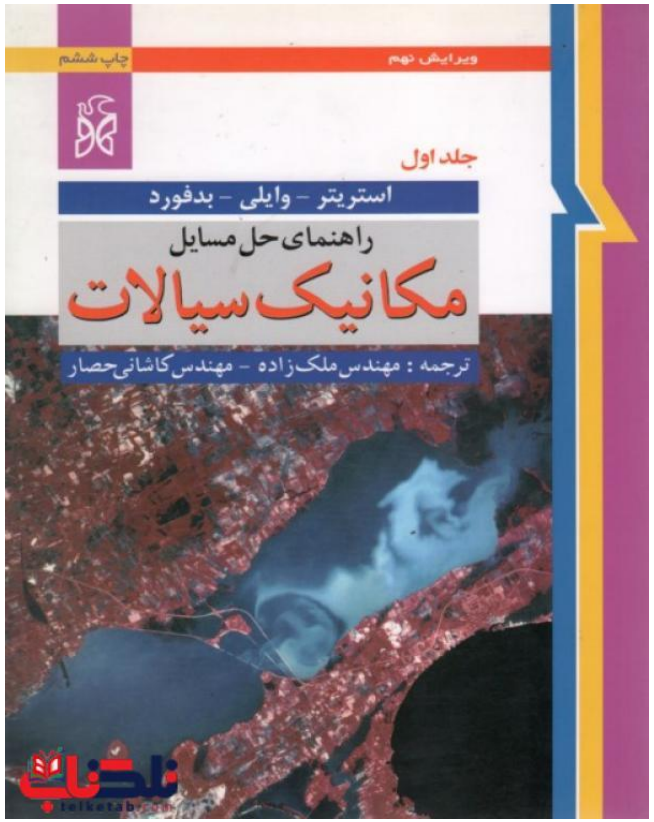


منابع و مراجع

- Fluid Mechanics, Streeter, Wylie, Bedford, Publisher: McGraw-Hill Education
- مکانیک سیالات، استریتر وایلی، ترجمه علیرضا افتخاری
- راهنمای حل مسائل مکانیک سیالات، استریتر وایلی، مهندس ملک‌زاده و کاشانی حصار

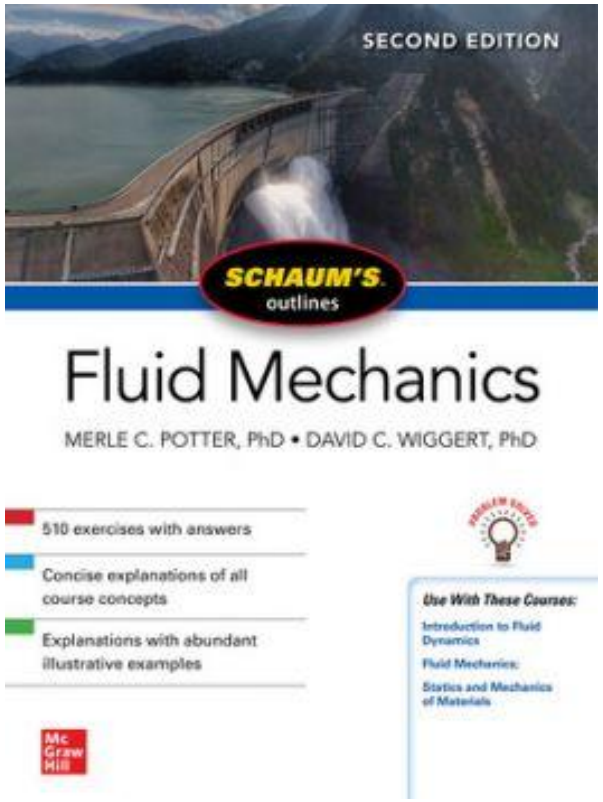


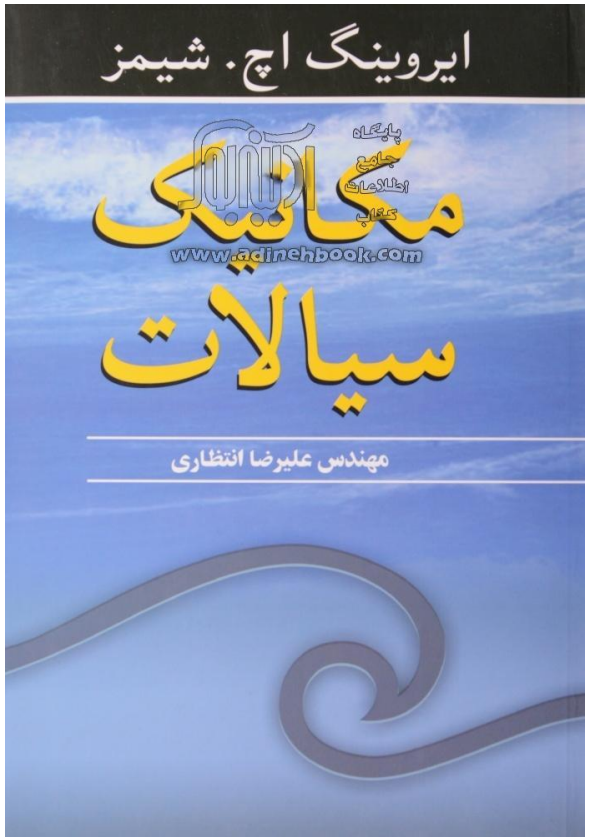


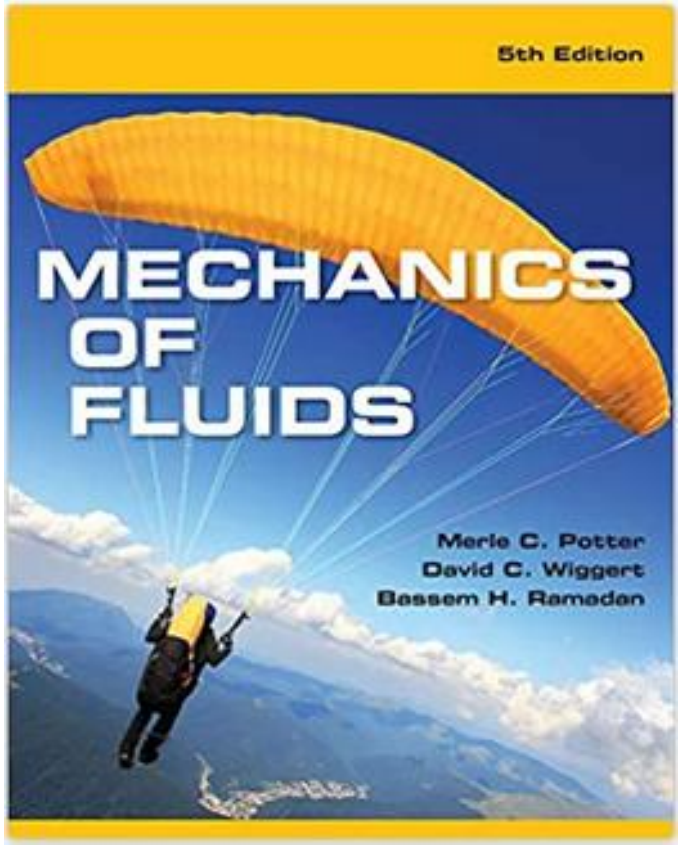


منابع و مراجع

- Schaum's Outline of Fluid Mechanics, by Merle C. Potter, David C. Wiggert, Second Edition
- مکانیک سیالات، ایروینگ اچ شیمز، ترجمه علیرضا افتخاری
- Mechanics of Fluids, by Merle C. Potter, David C. Wiggert, 2016, Cengage Learning







درس مکانیک سیالات

فصل اول: خواص سیال

جلسه اول

دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست

مدرس: دکتر جعفر یزدی

خواص سیال

- جرم مخصوص، ρ (دانسیته یا چگالی): جرم واحد حجم سیال

$$\rho = \frac{M}{V}$$

$$1\frac{gr}{cm^3} = 1000\frac{kg}{m^3} = 1\frac{ton}{m^3}$$

- وزن مخصوص، γ: وزن واحد حجم سیال

$$\gamma = \frac{W}{V} = \rho g$$

$$1\frac{grf}{cm^3} = 1000\frac{kgf}{m^3} = 9806\frac{N}{m^3} = 9.806\ \frac{kN}{m^3}$$

- چگالی نسبی، S: چگالی یک سیال (ρ) به چگالی سیال مبنا (ρ_0)

$$S = \frac{\rho}{\rho_0}$$

- گرانروی یا لزجت دینامیکی، μ: خاصیتی از سیال است که باعث ایجاد تنش برشی در لایه‌های سیال می‌شود.

$$\frac{N.s}{m^2} = \frac{kg}{m.s} = Pa.s\ ; \qquad \frac{gr}{cm.s} = Poise\ ; \qquad Pa.s = 10\ Poise\ ;$$

خواص سیال

- لزجت سینماتیکی، ν: حاصل تقسیم لزجت دینامیکی به چگالی سیال (واحد آن $\frac{m^2}{s}$ یا $\mathrm{St} = \frac{cm^2}{s}$)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$1\frac{m^2}{s} = 10^{-4}\frac{cm^2}{s}\ or\ St$$

- لزجت دینامیکی سیال فقط تابع دماست و ارتباطی با فشار آن ندارد.

- در مایعات لزجت ناشی از جاذبه بین مولکولهای مایع است، لذا با افزایش دما، لزجت کاهش می‌یابد. در گازها لزجت ناشی از حرکت تصادفی مولکولها و تبادل ممنتم بین آنهاست و لذا با افزایش دما، لزجت گازها افزایش می‌یابد.

- لزجت سینماتیکی نیز در مایعات فقط تابع دماست، اما در گازها علاوه بر دما به فشار نیز بستگی دارد.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{\frac{P}{RT}} = \frac{\mu RT}{P}$$

خواص سیال

- مدول حجمی (Bulk Madulas)

تراکم‌پذیری یک سیال با مدول حجمی سنجیده می‌شود و بصورت نسبت تغییر فشار به درصد تغییر حجم تعریف می‌شود.

$$k = \frac{-\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} \; ; \qquad k = \frac{-\Delta P}{\frac{\Delta \rho}{\rho}}$$

k ↓ $\frac{N}{m^2}$

- هر چه سیال فشرده‌تر شود مقدار k آن نیز افزایش می‌یابد. مدول حجمی تابع درجه حرارت نیز هست.

- مثال ۱: اگر مدول حجمی آب را ثابت و برابر $2.4 \times 10^6 \frac{kN}{m^2}$ فرض کنیم، حساب کنید چگالی آب در عمق 8.5km اقیانوس که در آن فشار $90MPa$ می‌باشد، چقدر است؟ چگالی آب را در سطح اقیانوس $1025 \frac{kg}{m^3}$ فرض کنید.

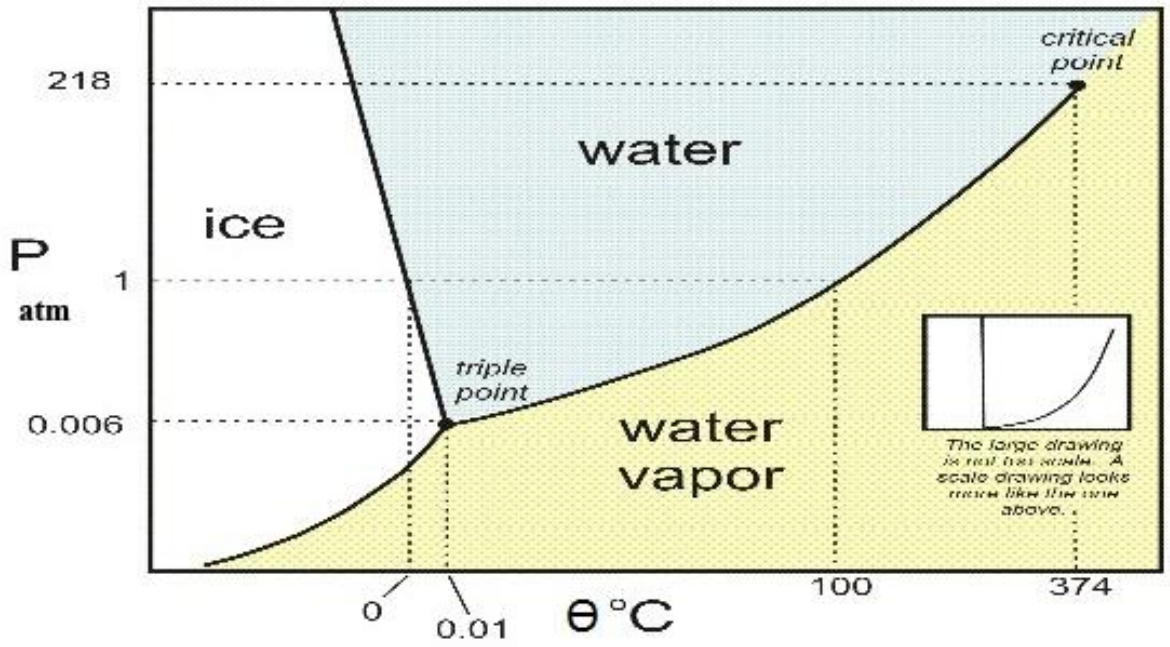
- حل:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{-90 \times 10^3}{2.4 \times 10^6} = -0.0375 \; ; \qquad \rho = \frac{1025}{1 - 0.0375} = 1065 \frac{kg}{m^3}$$

خواص سیال

- فشار بخار: هنگامیکه عمل تبخیر مایع در یک فضای بسته انجام می‌شود، فشار جزئی ایجاد شده توسط مولکولهای بخار را که روی سطح آزاد مایع تشکیل می‌شوند، فشار بخار می‌نامند. فشار بخار مایع به دما بستگی دارد و با افزایش درجه حرارت افزایش می‌یابد.

نمودار فاز آب



- اگر فشار بخار مایع به حدی برسد که عمل تبخیر متوقف شود، یعنی بین فرار مولکولها از سطح مایع و ورود مولکولهای بخار به مایع تعادل برقرار شود، فشار بخار اشباع بوجود می‌آید.

- با توجه به شکل، جوشش آب در دو حالت رخ می‌دهد:

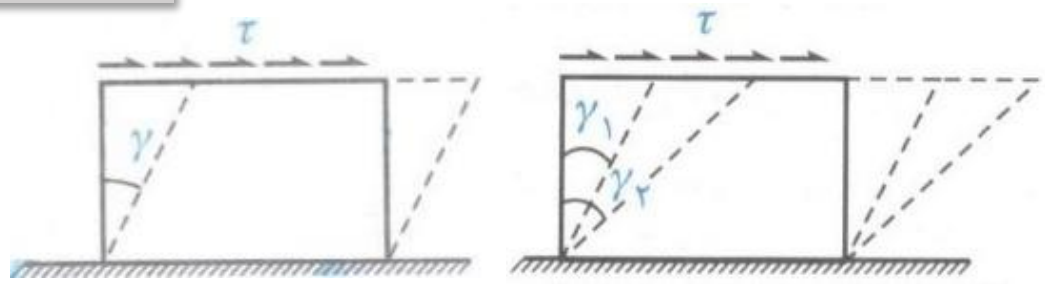
۱- افزایش درجه حرارت، ۲- کاهش فشار سیال (در این حالت کاویتاسیون رخ می‌دهد)

قانون لزجت نیوتن

- تفاوت تغییر شکل ناشی از تنش برشی در جامدات و سیالات:

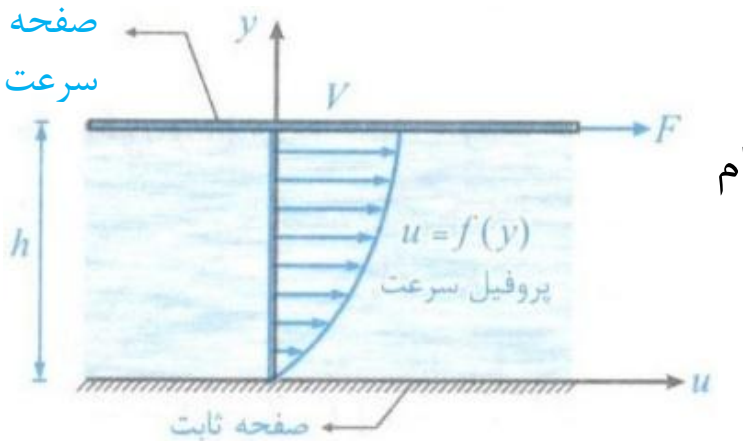
γ: کرنش برشی $\qquad Solids:\ \gamma = \frac{\tau}{G}$

$\dot{\gamma}$: نرخ کرنش برشی $\qquad Fluids:\ \dot{\gamma} = \frac{\tau}{\mu}$



در جامدات — در سیالات

- شکل زیر را در نظر بگیرید:



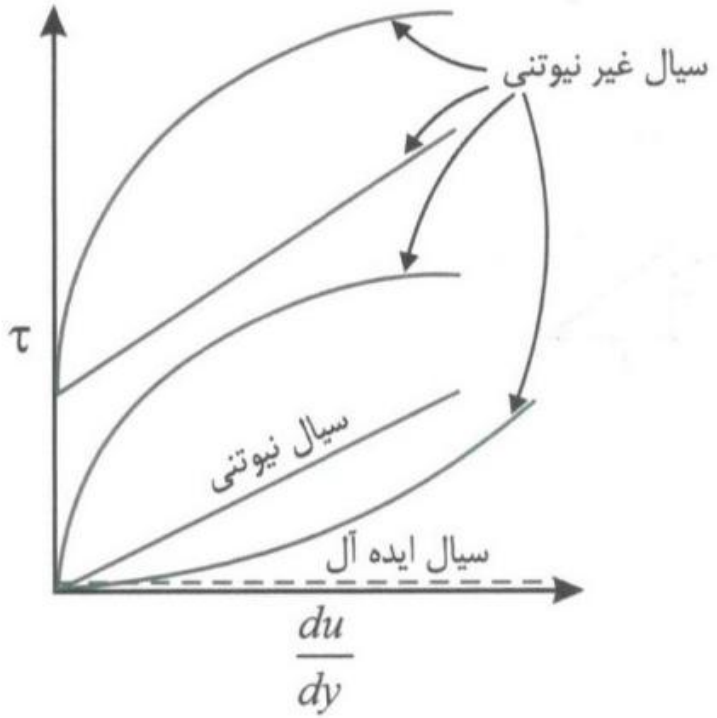
نیوتن بطور تجربی و از طریق آزمایش متوجه شد که بهنگام جریان آرام تنش برشی در امتداد جریان با تغییر سرعت در امتداد عمود بر جریان متناسب است. وی بر همین اساس، رابطه معروف خود را برای تعیین تنش برشی ارائه کرد:

$$\tau \propto \frac{du}{dy} \Longrightarrow \tau = \mu\left(\frac{du}{dy}\right)$$

قانون لزجت نیوتن

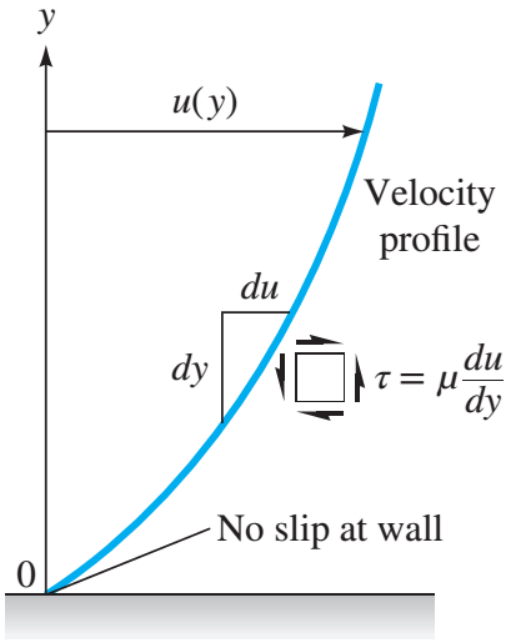
قانون لزجت نیوتن

- سیالات نیوتنی: از قانون لزجت نیوتن پیروی می‌کنند (آب، روغن، بنزین و ...).
- سیالات غیرنیوتنی از قانون لزجت نیوتن پیروی نمی‌کنند (خون، نشاسته و ...).



رفتار انواع سیال در مقابل تنش‌های برشی

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \dfrac{\tau}{\mu} \\ \tau = \mu\left(\dfrac{du}{dy}\right) \Rightarrow \dfrac{du}{dy} = \dfrac{\tau}{\mu} \end{cases} \Rightarrow \dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$$



قانون لزجت نیوتن

- مثال ۲: آب در لوله‌ای مطابق شکل جریان دارد. پروفیل سرعت در یک مقطع با رابطه زیر بیان می‌شود که در آن یک β عدد ثابت و r فاصله شعاعی از محور لوله و u سرعت در هر نقطه است. مطلوبست:

$$u = \frac{\beta}{4\mu}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)$$

الف- محاسبه تنش برشی τ وارده از طرف آب به جداره لوله

ب- محاسبه تنش برشی در فاصله $r = D/4$

ج- نیروی وارد بر جداره در طول L.

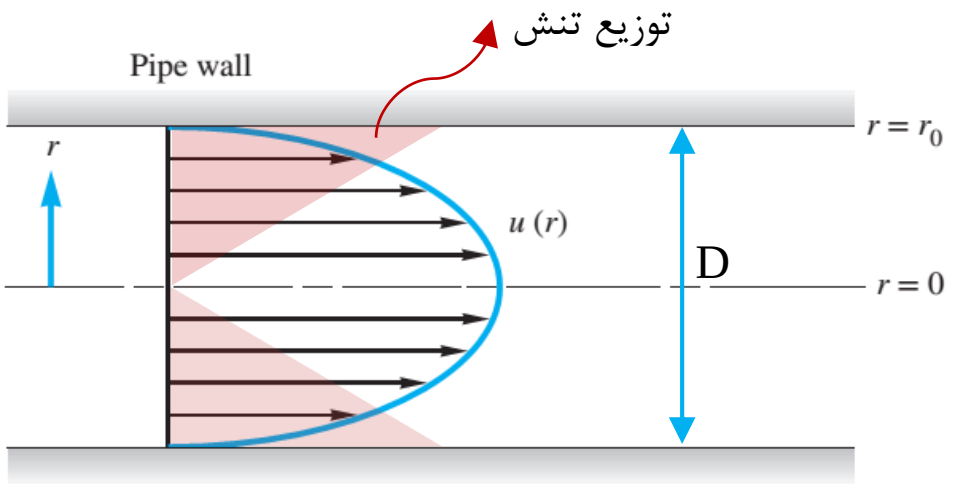
حل:

$$\tau = \mu\left(\frac{du}{dr}\right) = \mu\left(\frac{\beta}{4\mu}(-2r)\right) = \frac{-\beta r}{2}$$

$$r = \frac{D}{2} \Longrightarrow \quad \tau = \frac{\beta D}{2}$$

$$\tau = \left.\frac{-\beta r}{2}\right|_{r=\frac{D}{4}} = \frac{-\beta D}{8}$$

$$\tau = \frac{F}{A} \Longrightarrow F = \tau . A \quad \Longrightarrow \quad F = \frac{\beta D}{4}(\pi D L) = \frac{\beta \pi D^2 L}{4}$$



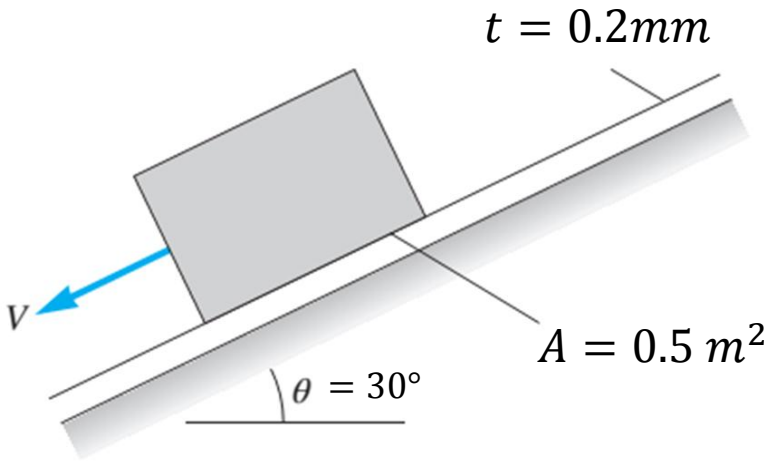
قانون لزجت نیوتن

- مثال ۳: مکعبی به جرم 20 kg روی یک سطح شیب‌دار با زاویه ۳۰ درجه به سمت پایین می‌لغزد. سیالی با ضخامت t=0.2mm سطح شیبدار و جسم را از هم جدا کرده است. با فرض توزیع خطی سرعت در سیال و در صورتیکه لزجت سیال 0.04 kg/ms باشد، سرعت نهایی مکعب را بدست آورید. سطح تماس مکعب با سیال $0.5\ m^2$ است.

- حل:

$$\tau . A = mg \sin\theta \implies \tau = \frac{mg \sin\theta}{A} = \mu \frac{u}{t}$$

$$\implies u = \frac{(20 \times 9.81) sin30 \times 0.2 \times 10^{-3}}{0.04 \times 0.5} = 0.981 \frac{m}{s}$$



قانون لزجت نیوتن

- مثال ۴: گشتاور لازم برای چرخاندن ویسکومتر (دستگاهی برای سنجش لزجت سیالات) زیر با سرعت زاویه‌ای ω چقدر است؟ مایع قرار گرفته در اطراف استوانه داخلی دارای ویسکوزیته μ می‌باشد.

حل:

$$T_1 = F.R = \tau.A.R = \mu\frac{R\omega}{t}(2\pi RL) = \frac{2\pi\mu\omega R^2 L}{t}$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{r\omega}{t}$$

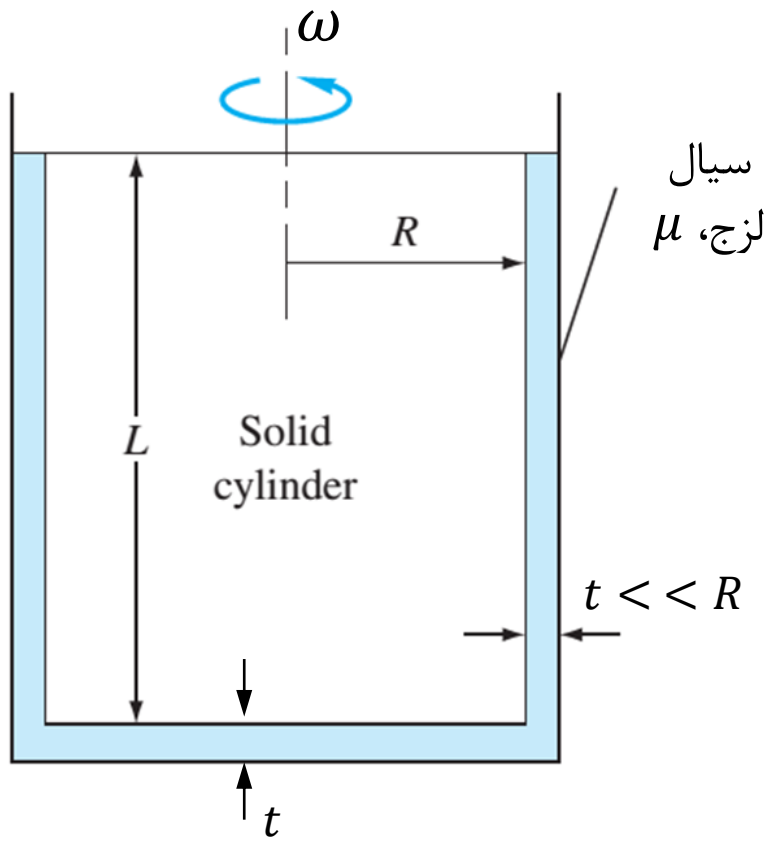
$$T = T_1 + T_2 \Longrightarrow$$

$$dF = dA.T = \mu\frac{r\omega}{t}2\pi r dr$$

$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^3}{t}\left(L + \frac{R}{4}\right)$$

$$dT_2 = dF.r = \frac{2\pi\mu\omega}{t}r^3 dr$$

$$T_2 = \int_0^R dT_2 = \frac{\pi\mu\omega R^4}{2t}$$



قانون لزجت نیوتن

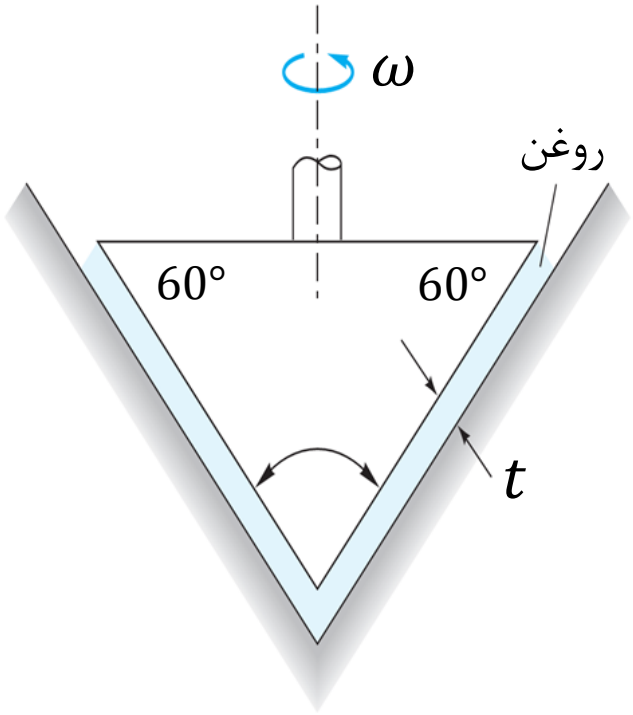
- مثال ۵: مطلوبست گشتاور لازم برای چرخاندن مخروط زیر با سرعت زاویه‌ای ω.

- حل:

$$dT = r.dF = r.\tau.dA = r.\mu.\frac{rw}{t}.dA$$

$$dA = \frac{2\pi r.dr}{\sin 30^\circ} \Longrightarrow dA = 4\pi r dr$$

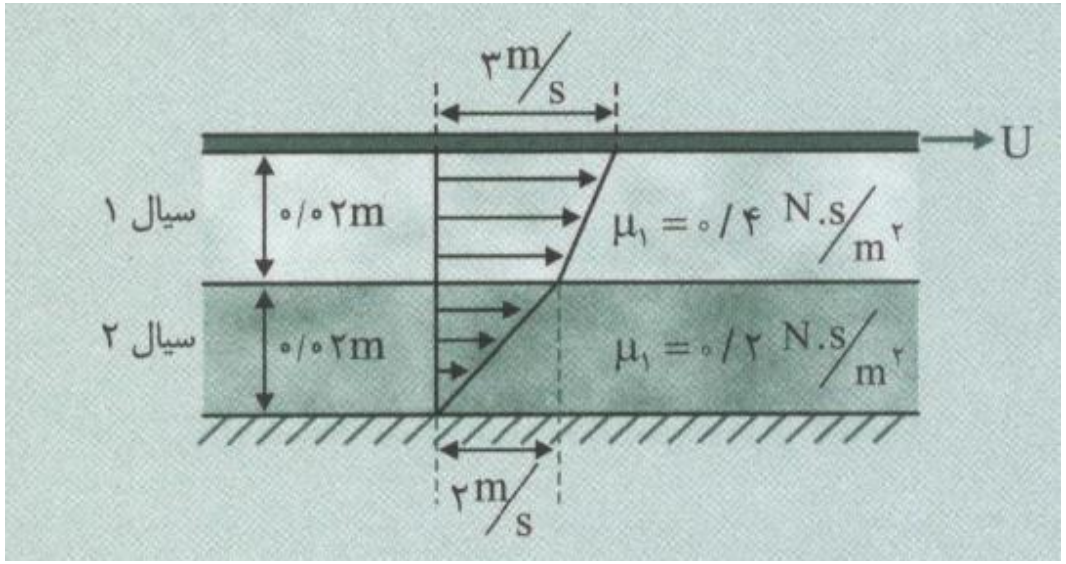
$$T = \int dT = \int_0^R r\mu\frac{r\omega}{t}(4\pi r dr) = \frac{\pi\mu\omega R^4}{t}$$



قانون لزجت نیوتن

- مثال ۶: دو لایه از مایع مطابق شکل بین دو صفحه موازی قرار گرفته است که صفحه پایینی ثابت و صفحه بالایی با سرعت 3m/s در حال حرکت است. نسبت تنش برشی وارد بر صفحه بالایی به صفحه پایینی را حساب کنید.

- حل: برای سیال ۱:



$$\tau_1 = \mu_1 \left(\frac{du}{dy}\right)_{Upper\ Plate} = 0.4\left(\frac{3-2}{0.02}\right) = 20\frac{N}{m^2}$$

برای سیال ۲:

$$\tau_2 = \mu_2 \left(\frac{du}{dy}\right)_{Lower\ Plate} = 0.2\left(\frac{2-0}{0.02}\right) = 20\frac{N}{m^2}$$

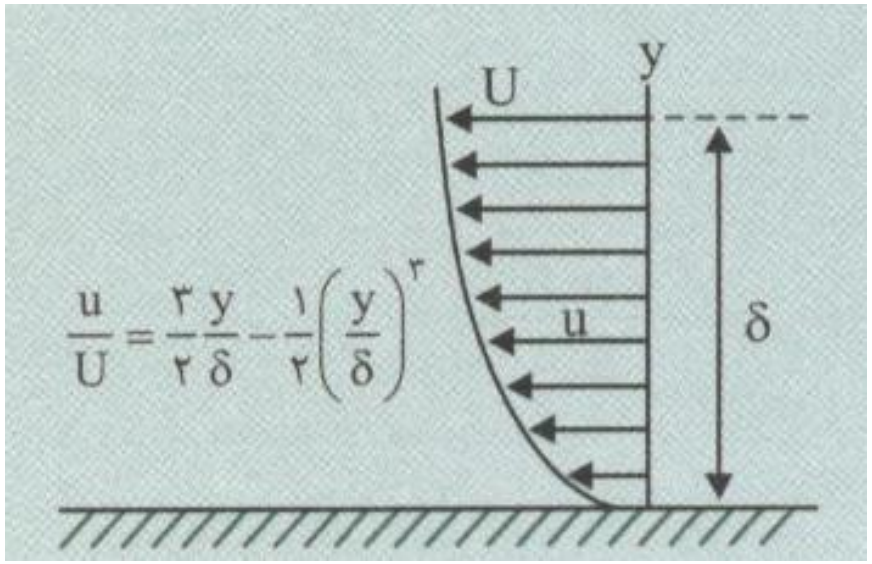
بنابراین:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{20}{20} = 1$$

قانون لزجت نیوتن

- مثال ۷: یک سیال نیوتنی با چگالی نسبی 0.92 و لزجت سینماتیکی $4 \times 10^{-4} \frac{m^2}{s}$ از روی یک صفحه مستوی صلب با توزیع سرعت نشان داده شده مطابق شکل عبور می‌کند. بدلیل لزجت سیال سرعت آن در روی صفحه صلب ضفر می‌شود (شرط عدم لغزش). مقدار و جهت تنش برشی وارد بر صفحه را محاسبه کنید.

حل:



$$\tau_{(y=0)} = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)\Big|_{y=0}$$

$$\frac{du}{dy} = U\left(\frac{3}{2\delta} - \frac{3}{2}\frac{y^2}{\delta^3}\right)$$

$$y = 0 \implies \frac{du}{dy} = \frac{3}{2}\frac{U}{\delta}$$

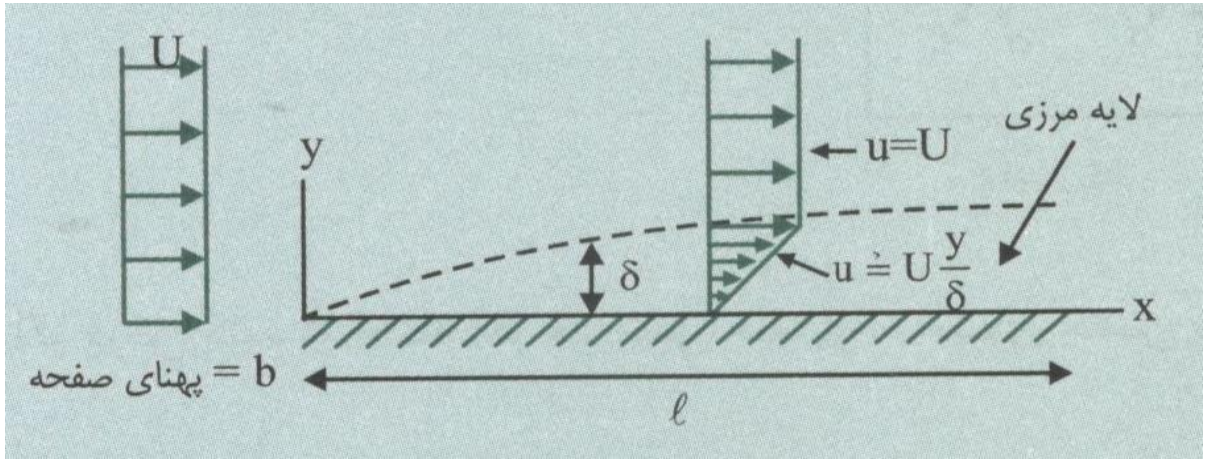
$$\mu = \nu . \rho$$

$$\tau = \nu . \rho \left(\frac{3}{2}\frac{U}{\delta}\right) = 4 \times 10^{-4} \times 0.92 \times 10^3 \times \frac{3}{2}\frac{U}{\delta} = 0.552 \frac{U}{\delta}\frac{N}{m^2}$$

قانون لزجت نیوتن

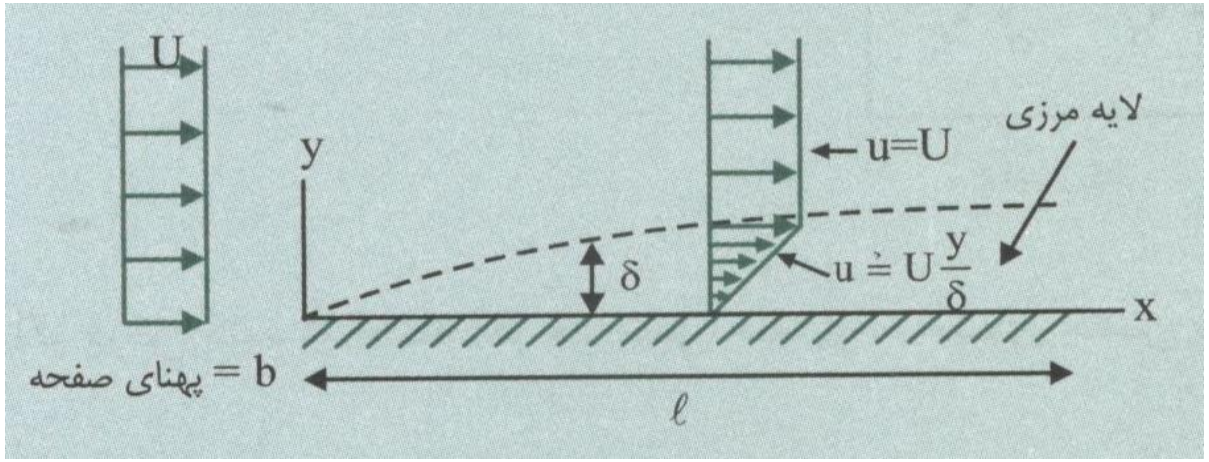
- مثال ۸: هنگامی‌که سیالی از روی صفحه‌ای مطابق شکل عبور می‌کند سرعت جریان در روی صفحه بدلیل لزجت و شرط عدم لغزش ضفر شده و در فاصله کمی از صفحه به حداکثر خود که همان سرعت سیال قبل از رسیدن به روی صفحه است، می‌رسد. این فاصله را که در طول صفحه ضخیم‌تر هم می‌شود لایه مرزی می‌نامند. اگر تغییرات سرعت را در لایه مرزی $u = Uy/\delta$ فرض کنیم که U سرعت سیال در بالادست صفحه، y فاصله از صفحه و δ ضخامت صفحه است و فرض شود در طول صفحه: $\delta = 3.5\sqrt{\frac{\nu x}{U}}$

که ν لزجت سینماتیکی سیال است، رابطه‌ای برای نیروی F حاصل از تنش‌های برشی ایجاد شده بدلیل گرادیان سرعت بر روی صفحه‌ای بطول ℓ و عرض b را بدست آورید.



قانون لزجت نیوتن

- حل: نیروی حاصل از عبور سیال (نیروی درگ) را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:



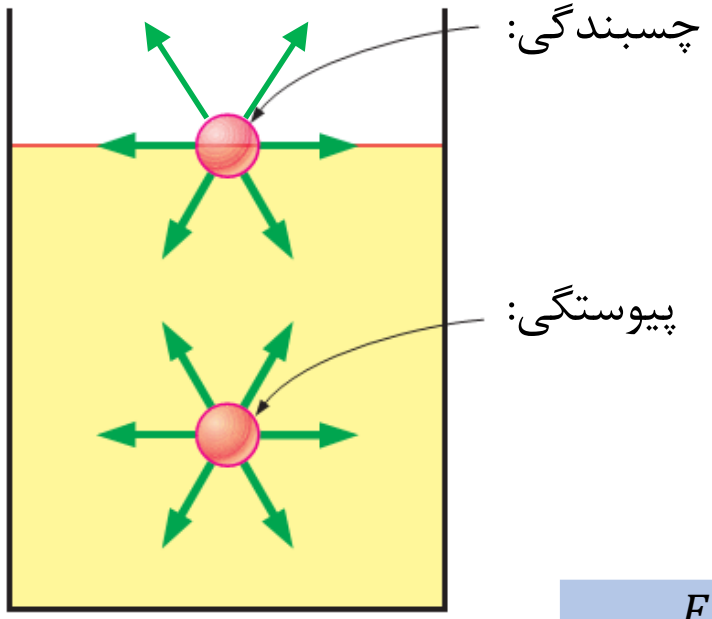
$$D = \int_0^{\ell} \tau_w \, dA = \int_0^{\ell} \tau_w \, b dx$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{du}{dy}\right)\Big|_{y=0} \; ; \frac{du}{dy} = \frac{U}{\delta} \; ; \; \delta = 3.5\sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

$$D = \int_0^{\ell} \frac{\mu U^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{1}{2}}}{3.5\nu^{\frac{1}{2}}} b dx = \frac{\mu U^{\frac{3}{2}} b}{3.5\,\nu^{\frac{1}{2}}} \int_0^{\ell} x^{-\frac{1}{2}} \, dx$$

$$\xrightarrow{\nu=\frac{\mu}{\rho}} \quad D = 0.571 b \rho \sqrt{\nu \ell U^3}$$

کشش سطحی



- کشش سطحی: خاصیتی است که در اثر نیروهای بین مولوکولی در سطح مایعات ایجاد می‌شود.
- مقدار کشش سطحی برابر نیروی اتصال زنجیروار مولکولهای سطحی در واحد طول است و با σ نشان داده می‌شود. با افزایش درجه حرارت نیروی کشش سطحی کاهش می‌یابد.

L (طول اتصال زنجیروار)	F_σ نیروی کشش سطحی
1 (واحد طول اتصال زنجیروار)	σ (کشش سطحی)

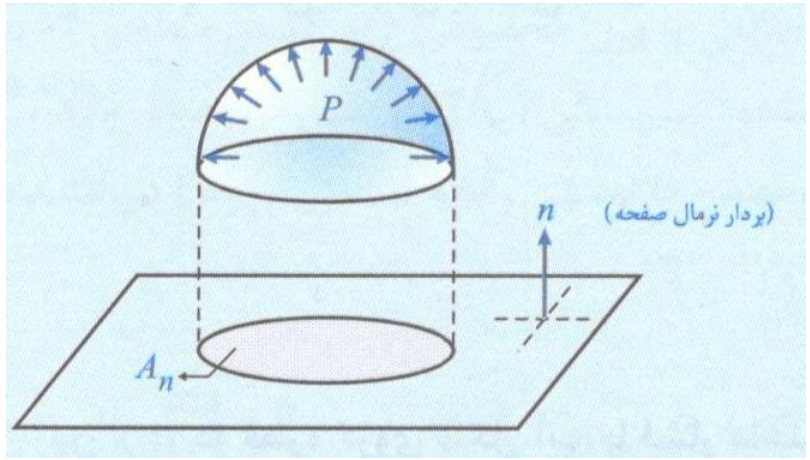
$$\Longrightarrow F_\sigma = \sigma L$$

- کشش سطحی با نیروی کشش سطحی متفاوت است. کشش سطحی (σ) خاصیتی از مایع است که به ابعاد جسم قرار گرفته روی سطح آن بستگی ندارد، ولی نیروی کشش سطحی (F_σ) بر اساس ابعاد جسم مورد نظر بدست می‌آید.

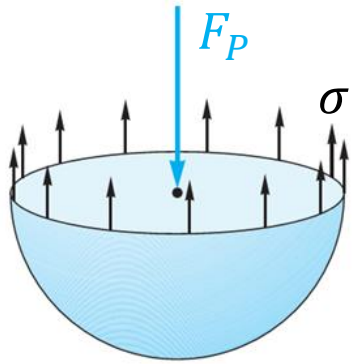
کشش سطحی

- یادآوری از مقاومت مصالح:

نیروی ناشی از فشار یکنواخت بر سطح منحنی: $F_P = P \times A_n$

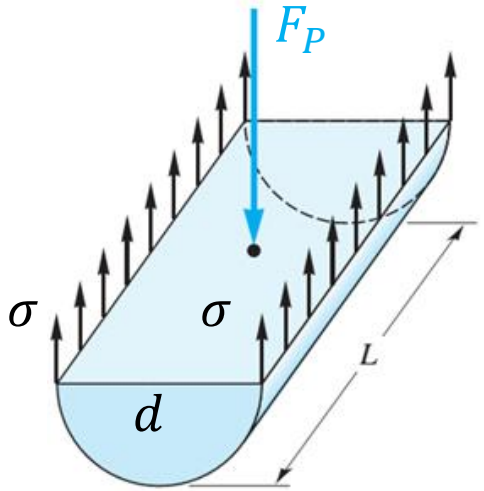


فشار نسبی داخلی در قطره کروی:



$$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow \quad F_\sigma = F_P \Longrightarrow \quad \sigma(2\pi d) = P\left(\frac{\pi d^2}{4}\right) \Longrightarrow \; P = \frac{4\sigma}{d}$$

فشار نسبی داخلی در جت باریک استوانه‌ای



$$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow \quad F_\sigma = F_P \Longrightarrow \quad \sigma(2L) = P(dL) \Longrightarrow \quad P = \frac{2\sigma}{d}$$

خاصیت مویینگی

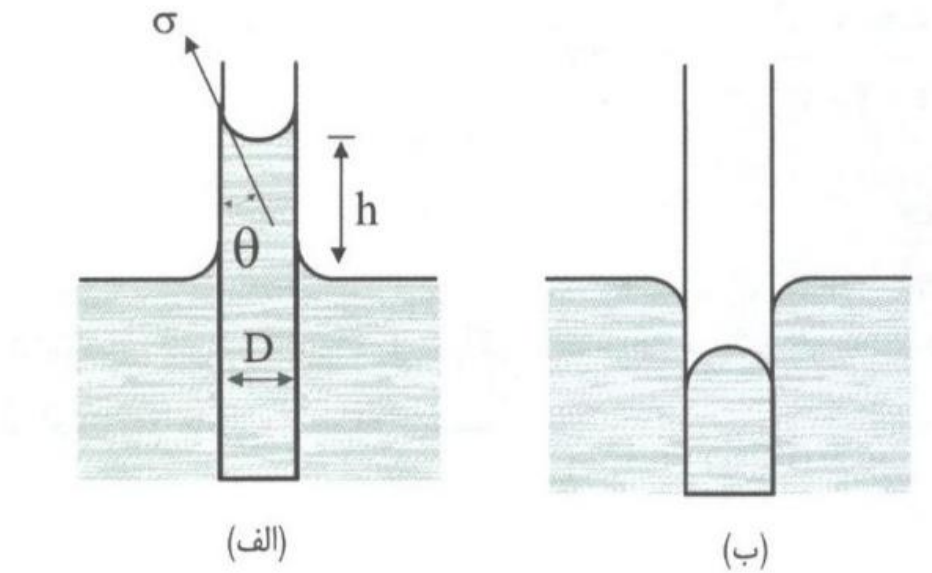
- پدیده کشش سطحی باعث می‌شود تا مایعاتی مانند آب در لوله‌های باریک و مویین بالا بروند که به آن موئینگی گویند.
- صعود یا نزول مایع در لوله‌های مویین ناشی از تفاوت مقدار نیروهای پیوستگی و چسبندگی است. زاویه بین سطح آزاد و لوله "θ" به جنس لوله بستگی دارد.

با استفاده از رابطه تعادل:

$$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow$$

$$\pi D\sigma cos\theta - \gamma h\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = 0$$

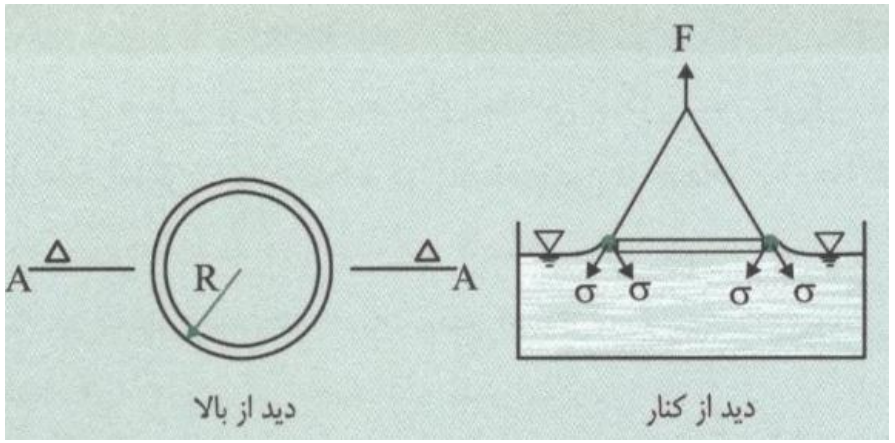
$$h = \frac{4\sigma cos\theta}{\gamma D}$$



- در اکثر موارد $\theta \approx 0$ لحاظ می‌شود، بخصوص وقتی که مقدار آن در صورت سوال داده نشده باشد.

خاصیت مویینگی

- مثال ۸: یک میله حلقه‌ای شکل بدون وزن را روی سطح آب قرار داده‌ایم. چه مقدار نیرو لازم است تا حلقه را از سطح آب بلند کنیم؟



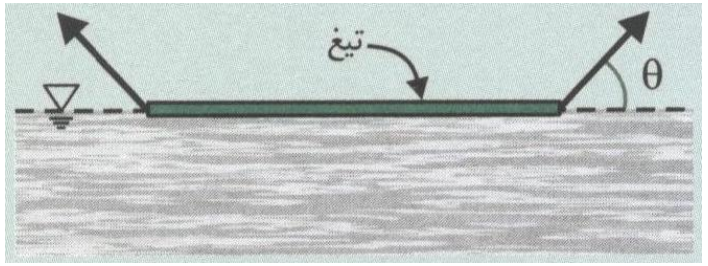
- حل:

$$F = \sigma . L \Longrightarrow \quad F = \sigma . (2\pi R + 2\pi R) \Longrightarrow$$

$$F = 4\pi R$$

- مثال ۹: جرم یک تیغ $2.6 \times 10^{-3} kg$ و محیط آن 154 mm است. این تیغ مطابق شکل بر روی سطح آب قرار داده می‌شود. اگر کشش سطحی آب $7.34 \times 10^{-2} N/m$ باشد، آیا تیغ بر روی سطح باقی می‌ماند یا در آب فرو می‌رود؟

- حل:



$$W = mg = 2.61 \times 10^{-3} \times 9.81 = 0.0256\ N$$

$$T sin\theta = (\sigma \times L) sin\theta = (7.34 \times 10^{-2} \times 0.154) sin\theta$$

$$= 0.0113 sin\theta$$ بنابراین تیغ در آب فرو می‌رود.